

Introduction :

Les mathématiques semblent à première vue bien différentes des autres sciences. Elles forment un monde autonome et original relevant de la pure raison sans référence à la réalité extérieure et sans le recours aux laboratoires et aux appareils plus ou moins compliqués. On est allé jusqu'à dire que le mathématicien n'a besoin que d'un tableau noir et d'un morceau de craie. D'autre part, il est à constater qu'il est bien difficile de donner aux mathématiques une définition générale, à cause de la richesse de ses branches et de la diversité de ses domaines. Tout au plus, pouvons-nous dire avec Descartes que les mathématiques est la science de l'ordre et de la mesure. Et en réalité il n'y a pas « une » mais des mathématiques : l'arithmétique, la géométrie, l'algèbre, la statistique, la trigonométrie.

I. Origine des Mathématiques :

Quelle est l'origine des notions mathématiques ? Sont-elles issues de l'expérience sensible ou bien sont-elles nées de la raison pure ?

1- La théorie empiriste :

L'empirisme est la doctrine d'après laquelle la vérité est fondée sur l'expérience. Les notions mathématiques sont directement tirées de l'expérience sensible et de l'observation. Stuart Mill écrit que « les points, les lignes, les cercles que chacun a dans l'esprit sont de simples copies des lignes, des points, des cercles qu'il a connus dans l'expérience ». L'horizon a suggéré la ligne droite, le soleil a suggéré le cercle, le tronc d'arbre a suggéré le cylindre... De même, la notion de nombre est suggérée par la perception des multiplicités concrètes. Même si parfois les notions mathématiques se montrent idéales, elles s'appliquent à l'expérience. Les mathématiques servent à mesurer surtout les phénomènes physiques. Ainsi, les empiristes affirment que les notions mathématiques ne sont que de simples copies de ce que nous présente l'expérience.

2- La théorie idéaliste :

Par contre, les philosophies idéalistes voient dans les concepts mathématiques des notions *a priori*, indépendantes de l'expérience, que la raison tire de son propre fond. Platon pensait qu'il existe un monde d'Idées, de réalités intelligibles qui sont comme le modèle des choses sensibles. Goblot écrit d'ailleurs que « les sciences expérimentales ont pour objet les faits et les lois qui les régissent : elles se proposent de connaître et d'expliquer ce qui est ; les mathématiques sont indépendantes des faits et n'ont pas besoin, pour être vraies, que leurs objets soient réels ». Ainsi l'espace du géomètre est une étendue intelligible, non l'étendue concrète : la droite sur laquelle travaille le géomètre n'est pas droite, mais à travers elle, il vise l'essence d'une droite.

3- La théorie opératoire : (Synthèse)

Ces deux théories, empiriste et idéaliste s'appuient sur des faits incontestables mais en tirent des conclusions trop simples et trop absolues et ne voient, l'une et l'autre, qu'un aspect des notions mathématiques. L'opposition de l'empirisme et de l'idéalisme doit être aujourd'hui dépassée dans le cadre de la théorie opératoire des mathématiques.

En tout état de cause, les notions mathématiques ne peuvent être considérées comme des données que l'homme trouverait toutes faites, soit dans sa raison soit dans l'expérience brute. Elles représentent une véritable conquête, mais une conquête progressive résultant d'un effort séculaire de l'esprit humain. Il est impossible en mathématique comme ailleurs, de séparer la raison et l'expérience, et c'est précisément le tort de l'empirisme et de l'idéalisme classiques de les avoir disjointes. Sans doute « s'il n'y avait pas de corps solides dans la nature il n'y aurait pas de géométrie »; mais les notions mathématiques supposent que l'esprit soit capable de s'affranchir de l'expérience sensible puisque ces notions sont des véritables créations de la raison.

Ainsi, les mathématiques ne sont, ni des choses perçues, ni des idées contemplées, mais des outils de techniques opératoires. La géométrie, par exemple, est née de l'arpentage (technique de mesurer la terre), c'est une opération de l'esprit en contact avec le réel. L'invention du nombre zéro a une valeur opératoire pratique considérable même si le nombre zéro ne représente rien. Les nombres négatifs proviennent d'opérations économiques (dettes).

II. La démonstration en mathématique :

1- La démonstration déductive :

Descartes la définit comme « l'opération par laquelle on comprend tout ce qui se conclut d'autres choses connues avec certitude ». C'est le raisonnement discursif par lequel on passe de plusieurs propositions considérées comme certaines ou connues à d'autres qui en sont la conséquence nécessaire en vertu de lois logiques. En termes plus simples, nous pouvons dire que la déduction est l'opération qui va des principes aux conséquences, du général au particulier : tous les corps moins denses que l'eau flottent, cette planche est moins dense que l'eau, donc cette planche flotte.

Dans la déduction mathématique, comme dans le syllogisme, la conclusion résulte nécessairement des principes, elle en est la conséquence. Mais, cette déduction n'est pas purement formelle, il s'agit d'une déduction constructive ou démonstrative qui se propose non pas d'explicitier des principes, mais d'édifier à partir d'eux un ensemble de conséquences nécessaires. La rigueur de la déduction mathématique tient à ce que le passage d'un terme à un autre s'opère d'une façon exacte puisque les rapports mis en jeu sont des rapports quantitatifs. Le raisonnement mathématique est déductif mais grâce aux artifices opératoires, il laisse une place à la découverte et à l'intuition.

La déduction mathématique n'est pas du type syllogistique. Tandis que le syllogisme est incapable d'ajouter quoi que ce soit aux données qu'on lui fournit, le raisonnement mathématique a par lui-même une sorte de vertu créatrice. Le raisonnement mathématique est créateur parce qu'il établit des relations beaucoup plus variées que la relation d'appartenance. Goblot observe aussi que le syllogisme va souvent du général au particulier, tandis que la démonstration mathématique va tout au contraire du particulier au général.

2- La démonstration mathématique :

La démonstration est l'objet même des sciences mathématiques. Elle est une opération par laquelle on rend évidente une proposition au moyen d'une autre proposition évidente par elle-même ou déjà démontrée. Cette démonstration est essentiellement déductive, mais elle diffère de la simple déduction en deux points :

- 1- On ne peut démontrer que le vrai, tandis qu'on peut logiquement déduire le faux.
- 2- Une autre différence résulte de la nature des mathématiques, c'est que les rapports entre les propositions ne sont pas de simples rapports de convenance, mais des rapports d'égalité ou d'inégalité.

Le mathématicien ne diffère pas des autres savants quand il va à la recherche de la vérité. Il procède toujours par intuition. Il ne faut pas oublier non plus que la démonstration mathématique ne s'appuie pas seulement sur l'intuition. C'est la logique qui est l'instrument fondamental de la démonstration et qui peut seule donner la certitude. Cette démonstration est alors analytique ; elle consiste à remonter de la proposition à démontrer à une proposition plus simple déjà admise.

Enfin, il est à signaler que la démonstration analytique n'est pas toujours suffisante et que la seule méthode vraiment définitive et démonstrative est la démonstration synthétique ou déduction proprement dite.

III. Rôle des mathématiques dans les sciences :

Pendant le Moyen-Age, mathématique et science de la nature constituaient deux domaines séparés. Depuis, le langage mathématique n'a cessé de se perfectionner et c'est parce que la connaissance scientifique porte sur des mesures, sur des relations quantitatives qu'elle n'a d'autre langage que les mathématiques. C'est ainsi que les mathématiques sont le langage de toutes les sciences : physique, chimie, biologie, psychologie...

L'utilisation des mathématiques dans les sciences expérimentales est chose courante aujourd'hui. C'est une chose courante non seulement dans les sciences physiques ou biologiques mais encore dans les sciences humaines. L'évolution des sciences humaines n'a pas exclu ce langage mathématique qui est le langage de l'ordre et de la mesure. N'oublions pas non plus que dans les sciences humaines, la liberté de l'homme joue un rôle déterminant et introduit des perturbations dans la stricte logique et dans le calcul mathématique.

"Précis de philosophie"(Adapté)

